

# 原子核構造における相対論的効果

千葉大学理学部物理学科 263 千葉市稲毛区弥生町 1-33

倉沢 治樹

原子核は非相対論的な核子の多体系として扱われてきた。しかし、ここ 10 年ほど、この伝統的アプローチとは全く異なる相対論的アプローチが、精力的に行われるようになった。原子核を相対論的に扱うと、基底状態近傍でも、相対論的効果が本質的に重要な働きをするという予想外の結果になる。この解説では、核物質の飽和性と有限核中での核子の一体ポテンシャルを例に取り、相対論的効果が重要になる機構を明らかにする。また、電子散乱のクーロン和則で問題になっている電荷消失についても、相対論的模型により考察する。

## 1 はじめに

基底状態近傍の原子核は、これまで非相対論的な核子の多体系として扱われてきた。これには 2 つの理由が考えられる:

1. 非相対論的取り扱いで特に問題がなかった。  
ここで、“特に”というのは、理論が実験を精度よく再現できなくても、それは理論の近似(例えば、一体場近似)に起因することであり、非相対論的取り扱いそのものに問題があるのではない。
2. 運動学的考察  
核子当たりの結合エネルギー(5~10 MeV)が核子の質量  $M$  (939 MeV) と比べて小さいこと、及び、原子核中での核子の速度  $v$  が光速  $c$  の  $1/3$  程度と考えられるから、相対論的効果は小さい筈である。<sup>1)</sup>

以上のような理由は、相対論的効果が小さいことを直接の根拠にしているわけではなく、非相対論的近似でよいかどうか自明とは言えない。この解説で述べる相対論的模型では、基底状態近傍の原子核でも、相対論的効果が重要な働きをし、非相対論とは全く異なる原子核描像をもたらす。

1970 年代初め、Miller と Green<sup>2)</sup> は N-N 散乱を再現する One-Boson-Exchange Potential (OBEP) を相対論的ハートリー・フォック近似で扱い、球形核の基底状態の性質がよく説明できることを示した。また、Walecka<sup>3)</sup> は、ディラック粒子(核子)と中間子からなる相対論的多体系を考え、高密度核物質への適用を試みた。これらの相対論的アプローチが注目を集めるようになったのは、偏極陽子-原子核弾性散乱における相対論的扱い(ディラック現象論と呼ばれる)の成功のためである。<sup>4)</sup> 偏極陽子-原子核弾性散乱では、微分

断面積、偏極分解能、スピン回転関数という 3 つの物理量を測定する。シュレディンガー方程式による解析では、3 つの測定量を同時に再現することは困難である。しかし、ローレンツ・スカラーとローレンツ・ベクトルの現象論的ポテンシャルを含むディラック方程式を用いると、これらは見事に再現される。

核反応への相対論的アプローチの適用は、深山の解説<sup>5)</sup>を参照してもらうことにして、ここでは、原子核構造における相対論的効果について述べる。原子核を核子と中間子の多体系とするとき、最も簡単な相対論的模型は  $\sigma$ - $\omega$  模型である。次節では、この模型に対して、中間子場を原子核の基底状態での期待値で置き換える平均場近似を行う。以下、この近似に基づき、相対論的効果を考察する。

第 3 節では、核物質の結合エネルギーの飽和性を考える。中間子交換の結合エネルギーへの寄与は、強い相互作用であるため、核子あたり 100 MeV のオーダーになる。これから結合エネルギーが約 10 MeV の系を作るには、強い引力と斥力がほとんど打ち消し合わなければならない。このため、運動学的には小さい相対論的効果が非常に重要な役割を演じる。

非相対論的殻模型によれば、有限核における核子の平均ポテンシャルは、深さ約 -50 MeV の中心力ポテンシャルと強いスピン・軌道力からなる。第 4 節では、この基本的特徴が、ローレンツ・スカラーとローレンツ・ベクトルのポテンシャルを含むディラック方程式から自然に導けることを示す。

第 5 節では、電子散乱におけるクーロン和則の問題を取り上げる。電子から原子核への運動量移行が大きいとき、この和則は陽子数  $Z$  になるべきである。ところが、いろいろな中重核の実験値は  $Z$  の 60% 程度であり、原子核の電荷  $Ze$  が消失したように見える。

$\gamma$  行列やメトリック  $g^{\mu\nu}$  は Bjorken, Drell<sup>6)</sup> に従い、 $\hbar = c = 1$  である自然単位系を使う。なお、相対論的アプローチの総合報告としては文献 7, 8, 9, 10, 11) がある。

## 2 $\sigma$ - $\omega$ 模型

原子核を核子と中間子の多体系とするとき、どのような中間子を考慮すべきか。表 1 に OBEP で導入される中間子の一覧表を示す。原子核の基底状態はパリティの固有状態である。このため、擬スカラー中間子である  $\pi$  と  $\eta$  の基底状態期待値は 0 になる。また、簡単のため、陽子数と中性子数が等しいとすると、 $T = 1$  アイソベクトル中間子の期待値も 0 である。したがって、平均場近似を前提にすれば、 $\sigma$  中間子と  $\omega$  中間子だけを考えればよい。

中間子	質量 MeV	$J^P$	$T$	$g^2/4\pi$
$\pi$	138	$0^-$	1	14.21
$\sigma$	$\approx 500$	$0^+$	0	7.51
$\eta$	549	$0^-$	0	2.25
$\rho$	770	$1^-$	1	0.42
$\omega$	783	$1^-$	0	11.13
$\delta$	983	$0^+$	1	1.43

表 1: OBEP (One-Boson-Exchange Potential) で導入される中間子。  $J$  はスピン、 $P$  はパリティ、 $T$  はアイソスピンを表す。結合定数  $g^2$  は文献 12) の OBEP で用いられる値である。ただし、 $\sigma$  中間子の質量は  $m_\sigma = 550$  MeV である。

そこで、原子核を記述するラグランジアン密度として

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x) = & \bar{\psi}(i\partial - M)\psi + \frac{1}{2}((\partial\sigma)^2 - m_\sigma^2\sigma^2) \\ & - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\omega^{\mu\nu}\omega_{\mu\nu} - m_\omega^2\omega^2\right) \\ & + g_\sigma\bar{\psi}\psi\sigma - g_\omega\bar{\psi}\gamma^\mu\psi\omega_\mu, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\omega^{\mu\nu} = \partial^\mu\omega^\nu - \partial^\nu\omega^\mu$$

を採用する。これを  $\sigma$ - $\omega$  模型という。<sup>3, 7)</sup> 最初の 3 項は、核子、 $\sigma$  中間子、 $\omega$  中間子の自由ラグランジアン密度であり、それぞれ  $M$ 、 $m_\sigma$ 、 $m_\omega$  の質量を持つ。第 4 項、第 5 項が  $\sigma$  中間子と核子、 $\omega$  中間子と核子の相互作用である。この相互作用による湯川ポテンシャルは、核子間の距離を  $r$  とすると

$$V(r) = \frac{1}{4\pi} \left( g_\omega^2 \frac{e^{-m_\omega r}}{r} - g_\sigma^2 \frac{e^{-m_\sigma r}}{r} \right) \quad (2)$$

である。<sup>7)</sup>  $g_\omega > g_\sigma$  ならば、 $V(r)$  は短距離では  $\omega$  中間子交換ため斥力になる。さらに、 $m_\omega > m_\sigma$  ならば、遠距離では  $\sigma$  中間子による引力が支配的になる。したがって、この模型は核力の主要な特徴を備えている。

オイラー・ラグランジェの方程式から、各々の場合は

$$(\gamma_\mu(-i\partial^\mu + g_\omega\omega^\mu) + M - g_\sigma\sigma)\psi = 0, \quad (3)$$

$$(\square + m_\sigma^2)\sigma = g_\sigma\bar{\psi}\psi, \quad (\square + m_\omega^2)\omega_\mu = g_\omega\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \quad (4)$$

を満たす。平均場近似では、(4) の右辺のソース項を原子核の基底状態  $|0\rangle$  における期待値で置き換える。基底状態が時間反転に対して不変な場合、 $\langle 0|\bar{\psi}\gamma\psi|0\rangle = 0$  であるから、(4) は

$$(\square + m_\sigma^2)\sigma = g_\sigma\rho_s(\mathbf{x}), \quad (5)$$

$$(\square + m_\omega^2)\omega_\mu = g_\omega\rho(\mathbf{x})\delta_{\mu 0}$$

となり、 $\omega$  中間子は時間成分のみが効いてくる。ここで、 $\rho_s$  はローレンツ・スカラー密度、 $\rho$  は核子密度

$$\rho_s(\mathbf{x}) = \langle 0|\bar{\psi}(x)\psi(x)|0\rangle \quad (6)$$

$$\rho(\mathbf{x}) = \langle 0|\bar{\psi}(x)\gamma_0\psi(x)|0\rangle \quad (7)$$

である。(3) より  $\psi$  は

$$i\partial_0\psi(x) = h\psi(x), \quad (8)$$

$$h = -i\gamma_0\boldsymbol{\gamma}\cdot\nabla + \gamma_0(M + U_s(\mathbf{x})) + U_0(\mathbf{x}) \quad (9)$$

を満たす。ただし

$$U_s(\mathbf{x}) = -g_\sigma\sigma = -\frac{g_\sigma^2}{4\pi} \int d^3y \frac{e^{-m_\sigma|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} \rho_s(\mathbf{y}), \quad (10)$$

$$U_0(\mathbf{x}) = g_\omega\omega_0 = \frac{g_\omega^2}{4\pi} \int d^3y \frac{e^{-m_\omega|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} \rho(\mathbf{y}) \quad (11)$$

である。

$h$  の固有関数  $\phi(\mathbf{x})$  は、核子状態を表すものと反核子状態を表すものに分類できる。 $A$  核子系の基底状態  $|0\rangle$  は、核子状態をエネルギーの低い順に  $A$  個詰めて得られる。核子が占める 1 粒子状態を  $\phi_i$  ( $i = 1, 2, \dots, A$ ) とすると、スカラー密度 (6) と核子密度 (7) は

$$\begin{aligned} \rho_s(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^A \bar{\phi}_i(\mathbf{x}) \phi_i(\mathbf{x}), \\ \rho(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^A \phi_i^\dagger(\mathbf{x}) \phi_i(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ただし、簡単のため、反核子からの寄与は無視した。反核子の寄与を扱うには、繰り込みを行う必

要がある。ラグランジアン (1) は繰り込み可能であるから、理想化された原子核である核物質では、具体的に反核子の寄与を求められる。<sup>13)</sup>

$\sigma$ - $\omega$  模型の平均場近似では、(9)~(12) で与えられる  $h$  の固有状態  $\phi$  を自己無撞着に求めることになる。

### 3 核物質

核物質とは核子密度が一様で無限に広がった仮想的な原子核である。これに平均場近似を適用して、結合エネルギーの飽和性について考える。

核物質では、 $\rho_s$  と  $\rho$  は一定になるから、(5) より

$$\sigma = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s, \quad \omega_0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho \quad (13)$$

となる。この場合、(9) を自由なディラック粒子のハミルトニアンと比較すると、質量が  $M$  から

$$M^* = M + U_s = M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_s \quad (14)$$

に変化し、エネルギーは全体に  $U_0 = g_\omega \omega_0$  シフトする。したがって、エネルギー固有値  $E$  は

$$E = U_0 \pm E_k^*, \quad E_k^* = \sqrt{M^{*2} + \mathbf{k}^2} \quad (15)$$

である。+ と - は、それぞれ核子と反核子に対応する。質量を  $M^*$  で置き換えた自由な正エネルギー・スピノール  $u^6$ ) を使うと、(12) は

$$\begin{aligned} \rho &= 2 \int_0^{k_F} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{M^*}{E_k^*} \sum_s u^\dagger(k, s) u(k, s) \\ &= 4 \int_0^{k_F} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{2k_F^3}{3\pi^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \rho_s &= 2 \int_0^{k_F} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{M^*}{E_k^*} \sum_s \bar{u}(k, s) u(k, s) \\ &= 4 \int_0^{k_F} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{M^*}{E_k^*} \end{aligned} \quad (17)$$

になる。ここで、 $k_F$  は核物質のフェルミ波数であり、因子 4 はスピン・アイソスピンの自由度である。スカラー密度を (14) に代入すると

$$M^* = M - 4 \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \int_0^{k_F} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{M^*}{\sqrt{M^{*2} + \mathbf{k}^2}} \quad (18)$$

を得る。核物質中での核子の有効質量  $M^*$  は、 $\sigma$  中間子交換による引力のため自由な場合に比べて小さくなる。(18) より、結合定数  $g_\sigma$  が与えられると、フェルミ

波数 (あるいは核子密度) の関数として  $M^*$  が自己無撞着に決まり、核物質の性質を考察できる。

核物質のエネルギー密度を求める。ハミルトニアン密度  $\mathcal{H}$  は、平均場近似では

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= i\psi^\dagger \dot{\psi} - \mathcal{L} \\ &= \bar{\psi}(-i\boldsymbol{\gamma} \cdot \nabla + M + U_s + \gamma_0 U_0)\psi \\ &\quad + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 \end{aligned} \quad (19)$$

である。したがって、核物質のエネルギー密度  $\mathcal{E} = \langle 0 | \mathcal{H} | 0 \rangle$  は、反核子の寄与を無視すると

$$\mathcal{E} = M\rho + \mathcal{E}_K + \mathcal{E}_\sigma + \mathcal{E}_\omega \quad (20)$$

となる。ただし

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_K &= \langle 0 | \bar{\psi}(-i\boldsymbol{\gamma} \cdot \nabla + M)\psi | 0 \rangle - M\rho \\ &= 4 \int_0^{k_F} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} E_k^* + \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_s^2 - M\rho \end{aligned} \quad (21)$$

$$\mathcal{E}_\sigma = U_s \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 = -\frac{1}{2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_s^2 \quad (22)$$

$$\mathcal{E}_\omega = U_0 \langle 0 | \bar{\psi} \gamma_0 \psi | 0 \rangle - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (23)$$

である。(21) は非相対論における運動エネルギーに対応する。

エネルギー密度の核子密度に対する依存性を、低密度極限 (非相対論的極限) と高密度極限の場合について考えてみる。まず、 $\rho \rightarrow 0$  では (18) より有効質量は

$$M^* = M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho \left( 1 - \frac{3}{10} \frac{k_F^2}{M^2} \right) \quad (24)$$

となり、核子密度の増加とともに減少する。また、(21) と (22) は

$$\mathcal{E}_K = \mathcal{E}_K^{nr} \left( 1 - \frac{5}{28} \frac{k_F^2}{M^2} \right), \quad \mathcal{E}_K^{nr} = \frac{3}{10} \frac{k_F^2}{M} \rho \quad (25)$$

$$\mathcal{E}_\sigma = \mathcal{E}_\sigma^{nr} \left( 1 - \frac{3}{5} \frac{k_F^2}{M^2} \right), \quad \mathcal{E}_\sigma^{nr} = -\frac{1}{2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho^2 \quad (26)$$

となる。 $\mathcal{E}_K^{nr}$  と  $\mathcal{E}_\sigma^{nr}$  は、それぞれ非相対論におけるフェルミガスの運動エネルギーと  $\sigma$  中間子交換による引力の寄与である。 $\mathcal{E}_\sigma$  に対する相対論的補正は、引力を弱める斥力的な働きをする。一方、 $\rho \rightarrow \infty$  では

$$M^* \rightarrow M \frac{m_\omega^2 \pi^2}{g_\sigma^2 k_F^2}, \quad (27)$$

$$\mathcal{E} \rightarrow \frac{3}{4} k_F \rho - M\rho + \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2}{g_\sigma^2} M^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (28)$$

となる.  $\rho \rightarrow \infty$  で核子の有効質量は0になる.  $\mathcal{E}$  の第1項は, 質量0の粒子から成るフェルミガスの運動エネルギーである. 第3項は  $\sigma$  中間子の寄与であり,  $M^*$  が  $k_F^{-2}$  で漸的に0になるため一定値に収束する. この極限では, 第4項の  $\omega$  中間子による斥力のみが生き残り,  $\sigma$  中間子による引力の効果  $\mathcal{E}_\sigma$  は無視できる.

以上から, 結合定数を  $g_\sigma/m_\sigma > g_\omega/m_\omega$  となる様に選べば, 相対論的には, 核子あたりのエネルギー  $\mathcal{E}/\rho$  は有限の核子密度で極小になる. 核子密度があまり高くなければ,  $\sigma$  中間子の引力の方が  $\omega$  中間子の斥力より強いので, エネルギーは  $\rho$  の増加と共に減少する. しかし, 核子密度が更に増加すると,  $\sigma$  中間子による引力は相対論的補正のため弱められ,  $\omega$  中間子の斥力が支配的になる. したがって, 系のエネルギーは核子密度と共に増加する.

$\sigma$ - $\omega$  模型では, 経験的に知られている結合エネルギーの飽和性「 $k_F = 1.36 \pm 0.06 \text{ fm}^{-1}$  で核子当たりの結合エネルギーは極小値  $\approx -16 \text{ MeV}$  になる」を再現するように, 結合定数  $g_\sigma, g_\omega$  を決める. ここでは

$$\begin{aligned} \mathcal{E}/\rho - M &= -15.75 \text{ MeV} \\ k_F &= 1.3 \text{ fm}^{-1} \quad (\rho = \rho_0 = 0.148 \text{ fm}^{-3}) \end{aligned} \quad (29)$$

と取ることとする. 核子と中間子の質量を

$$\begin{aligned} M &= 939 \text{ MeV}, \quad m_\sigma = 520 \text{ MeV}, \\ m_\omega &= 783 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (30)$$

とすると, (20) のエネルギー密度が条件 (29) を満たすためには

$$g_\sigma^2/4\pi = 8.724, \quad g_\omega^2/4\pi = 15.154 \quad (31)$$

となる.<sup>7)</sup> これは表1に示した OBEP の値と定性的には一致する.

(31) の結合定数を使って, 具体的にエネルギー密度を計算してみる. まず, (18) から自己無撞着に決まる  $M^*/M$  と  $(\rho_s/\rho)^2$  の核子密度依存性を図1に示す. 有効質量の振舞いは, (24) と (28) から理解できる. 飽和密度  $\rho_0 = 0.148 \text{ fm}^{-3}$  では

$$M^*/M = 0.541 \quad (32)$$

となり, かなり小さい.  $(\rho_s/\rho)^2$  は  $\mathcal{E}_\sigma$  と  $\mathcal{E}_\sigma^{nr}$  の比であり,  $\mathcal{E}_\sigma$  がどの程度相対論的補正を受けるかを表す. 飽和密度付近では, この補正は約13%と小さい.

図2は, 核子あたりの結合エネルギーと (21)~(23) の寄与を実線で示し, 非相対論の場合を破線で示してある. 飽和密度付近では

$$\frac{\mathcal{E}_\sigma}{\rho} \approx -200 \text{ MeV}, \quad \frac{\mathcal{E}_\sigma^{nr}}{\rho} \approx -230 \text{ MeV}, \quad \frac{\mathcal{E}_\omega}{\rho} \approx 180 \text{ MeV}$$

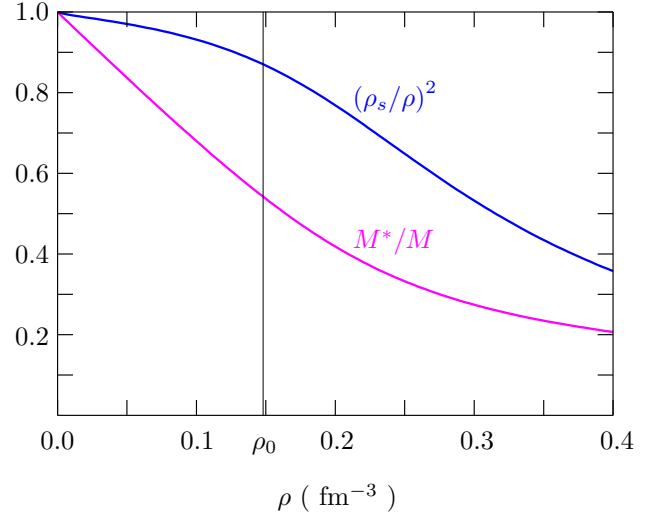


図1: 核子の有効質量  $M^*$  とスカラー密度  $\rho_s$  の核子密度依存性. これらは (18) から自己無撞着に決まる.  $\rho_0 = 0.148 \text{ fm}^{-3}$  は飽和密度である.

である. 上に述べたように,  $\mathcal{E}_\sigma^{nr}$  に対する相対論的補正は

$$(\mathcal{E}_\sigma - \mathcal{E}_\sigma^{nr})/\rho \approx 30 \text{ MeV}$$

と  $\mathcal{E}_\sigma^{nr}/\rho$  に比べれば小さい. しかし, 非相対論でも考慮される非常に強い引力  $\mathcal{E}_\sigma^{nr}$  と斥力  $\mathcal{E}_\omega$  は, 互いに打ち消し合い

$$(\mathcal{E}_\sigma^{nr} + \mathcal{E}_\omega)/\rho \approx -50 \text{ MeV}$$

となるから,  $\mathcal{E}_\sigma^{nr}/\rho$  の相対論的補正 30 MeV は非常に大きな効果を生じる. この斥力的な働きをする相対論的效果は, 原子核の飽和性出現にとって本質的役割を果たす. 相対論的に扱えば,  $\sigma$  中間子だけでも, 核子あたりのエネルギーは有限の核子密度で極小になる. これは非相対論ではありえないことである. 非相対論の場合, (25) と (26) より

$$\mathcal{E} = M\rho + \frac{3}{10} \frac{k_F^2}{M} \rho + \frac{1}{2} \left( \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \right) \rho^2 \quad (33)$$

である. したがって,  $g_\sigma/m_\sigma > g_\omega/m_\omega$  ならば系はつぶれてしまい, 逆の場合には束縛系にならない. このため, 非相対論では, 平均場近似で無視された多体相関を考慮する必要がある. 例えば, 非相対論での代表的な2体有効相互作用であるスキルム力では, 多体効果を現象論的に表現した密度依存の斥力により, つぶれるのを回避する.<sup>14)</sup>

原子核は強い相互作用系でありながら, 核子あたりの結合エネルギーが約 10 MeV という緩やかな結合系である. このため, 非常に強い引力と斥力の間で大幅な打ち消し合いが起こり, 運動学的には小さい相対論

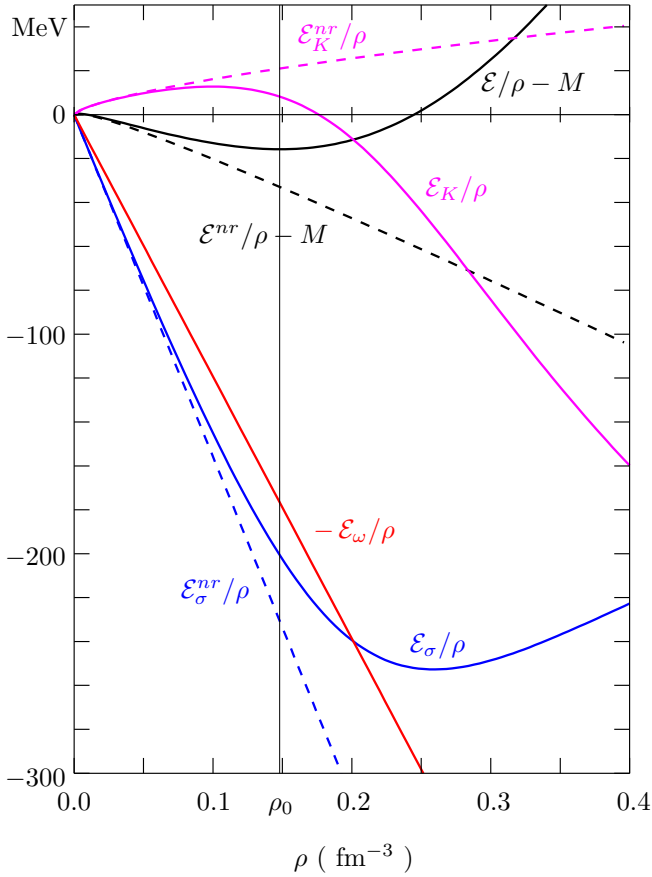


図 2: 核子あたりのエネルギーの核子密度依存性.  $\mathcal{E}_K/\rho$ ,  $\mathcal{E}_\sigma/\rho$ ,  $\mathcal{E}_\omega/\rho$  は (21)~(23) の寄与である. ただし,  $\omega$  中間子の斥力の寄与  $\mathcal{E}_\omega/\rho$  は符号を反転してある. 破線は非相対論の結果を示す. 相対論的结合エネルギー  $\mathcal{E}/\rho - M$  が  $\rho = \rho_0$  で最小値  $-15.75$  MeV になる様に, 結合定数  $g_\sigma$  と  $g_\omega$  を決めてある.

的效果が, 飽和密度領域でも重要になる. このように,  $\sigma$ - $\omega$  模型による原子核の飽和性は, 微妙なバランスの上に成り立っている. したがって, 平均場近似で無視された多体効果などが大きな効果を生じる可能性もあり, 飽和性を説明できたとは言えない. しかし,  $\sigma$  中間子交換の引力が相対論的效果により弱められ, この結果, 原子核が束縛系になるという飽和機構は, 非相対論にはない新しい機構である.

なお, ここで述べた様な現象論的扱いではなく, 現実的核力に基づく核物質の飽和性の再現は, 1950年代のブルックナーらの仕事<sup>15)</sup>に始まり, 現在まで精力的に行われている.<sup>12)</sup> 核子の自由度のみを考慮した非相対論的扱いでは, 飽和密度を再現する核力の場合, 結合エネルギーは約  $-10$  MeV であり, 一方, 結合エネルギーを再現する核力の飽和密度は  $k_F \approx 1.7$  fm $^{-1}$  となり, 経験的に知られた飽和性をある程度まで再現するが, 精密には再現できない. これを改善するには, 核子以外の自由度, 多体力などの効果とともに, ここで

考察した相対論的效果が考えられる.

## 4 有限核

ここでは, シュレディンガー方程式とディラック方程式による球形核の取り扱いについて比較する.

ハミルトニアン (9) の固有関数  $\phi(\mathbf{x})$  と固有エネルギー  $E$  はディラック方程式

$$\left( \gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + \gamma_0 (M + U_s(r)) + U_0(r) \right) \phi = E \phi \quad (34)$$

から求まる. ただし,  $\mathbf{p} = -i\nabla$ ,  $r = |\mathbf{x}|$  である. 4成分スピノール  $\phi$  を上2成分と下2成分に分け, 下成分を消去すると, 上成分  $F$  に対する方程式として

$$\left( \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} D^{-1} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} + M + U_s + U_0 - E \right) F = 0 \quad (35)$$

$$D(r) = E + M + U_s(r) - U_0(r) \quad (36)$$

を得る. ここで,  $\boldsymbol{\sigma}$  は  $2 \times 2$  のパウリ行列である.

$$F(\mathbf{x}) = \sqrt{D/(E+M)} \tilde{F}(\mathbf{x}) \quad (37)$$

と変換し, 第1項を展開すると

$$\left( \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + V_c + V_{so} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l} \right) \tilde{F} = \frac{E^2 - M^2}{2M} \tilde{F} \quad (38)$$

を得る. ただし,  $\mathbf{l} = \mathbf{x} \times \mathbf{p}$  は軌道角運動量であり

$$V_c(r) = U_s + \frac{E}{M} U_0 + \frac{U_s^2 - U_0^2}{2M} + V_D, \quad (39)$$

$$V_{so}(r) = -\frac{1}{2MD} \frac{1}{r} \frac{dD}{dr} \quad (40)$$

である. また

$$V_D = \frac{1}{2M} \left[ \frac{3}{4} \frac{1}{D^2} \left( \frac{dD}{dr} \right)^2 - \frac{1}{2r^2 D} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dD}{dr} \right) \right] \quad (41)$$

はダーウィン項と呼ばれる. 低励起エネルギー ( $E \approx M$ ) の場合, (38) の右辺の係数は  $E - M$  になるから, (38) は中心力を  $V_c$ , スピン・軌道力を  $V_{so}$  とするシュレディンガー方程式と同等な式になる.

非相対論的核物理では, (38) のシュレディンガー方程式から出発して, 基底状態付近の諸性質を説明する  $V_c$  と  $V_{so}$  が, 現象論的によく調べられている. それはウッズ・サクソン型の

$$V_c(r) = v_c f(r), \quad v_c \approx -53 \text{ MeV}, \quad (42)$$

$$V_{so}(r) = \frac{1}{2} v_{so} r_0^2 \frac{1}{r} \frac{df}{dr}, \quad v_{so} \approx 17 \text{ MeV}, \quad (43)$$

$$f(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}}, \quad R = r_0 A^{1/3}, \quad r_0 \approx 1.1 \text{ fm}, \quad a \approx 0.65 \text{ fm} \quad (44)$$

である.<sup>1)</sup>そこで、これを再現するような  $U_s$  と  $U_0$  の強さを評価してみる.<sup>16)</sup>  $U_s$  と  $U_0$  の  $r$  依存性は核子密度分布とほぼ同じとして

$$U_s(r) \approx v_s f(r), \quad U_0(r) \approx v_0 f(r) \quad (45)$$

とすると、(39) と (40) は

$$V_c(r) \approx \left( v_s + v_0 + \frac{v_s^2 - v_0^2}{2M} \right) f(r), \quad (46)$$

$$V_{so}(r) \approx -\frac{v_s - v_0}{2M(2M + (v_s - v_0)/2)} \frac{1}{r} \frac{df}{dr} \quad (47)$$

になる。ただし、低励起状態を考えるから  $E = M$  と置いた。また、(46) では原子核中心部が問題であるから、 $f^2 \approx f$  とし、 $V_D$  は無視した。一方、スピン・軌道力は表面付近で作用するから、(47) の分母は  $r = R$  での値に置き換えた。(46)、(47) と (42)、(43) を比べると

$$v_s \approx -420 \text{ MeV}, \quad v_0 \approx 330 \text{ MeV}$$

を得る。これらは原子核の中心部でのポテンシャルの強さを表すから、核物質での値と見なせる。したがって

$$\frac{g_\sigma^2}{4\pi} \approx -\frac{1}{4\pi} \frac{m_\sigma^2}{\rho_0} v_s \approx 8, \quad \frac{g_\omega^2}{4\pi} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{m_\omega^2}{\rho_0} v_0 \approx 14 \quad (48)$$

となり、前に与えた値 (31) とほぼ同じになる。このことは、 $\sigma$ - $\omega$  模型が核物質の飽和性を再現すると同時に、有限核の基底状態の性質 (核子密度分布、単一粒子エネルギー等) も再現できることを意味する。

上の議論で特徴的なことは

1. 中心力  $V_c$  では、 $U_s + U_0$  であるため、ほぼ同程度の非常に強い引力  $U_s$  と斥力  $U_0$  が互いに打ち消し合い、約  $-50 \text{ MeV}$  の浅い中心力ポテンシャルになる。
2. スピン・軌道力では、 $U_s - U_0$  という組み合わせのため、 $U_s$  と  $U_0$  が相加的に作用し、比較的大きなスピン・軌道力をもたらす。

ことである。ここでも、ローレンツ・ベクトルの時間成分である  $U_0$  とローレンツ・スカラーである  $U_s$  の違いが重要な働きをする。以上のように、相対論的模型は、浅い中心力ポテンシャルと強いスピン・軌道力という原子核構造の最も基本的な性質を、 $U_s$  と  $U_0$  の2種類のポテンシャルから自然に導く。

スピン・軌道力は、クーロン場中の電子を相対論的に扱う場合にも生じる。これは、 $U_0$  のみを考慮することに対応する。このときの  $v_{so}$  を評価すると、 $v_s = 0$

とした (46) が、 $v_c f(r)$  を再現するには  $v_0 \approx v_c$  である。これから、(47) は

$$V_{so} \approx \frac{1}{2} v_{so} r_0^2 \frac{1}{r} \frac{df}{dr}, \quad v_{so} = 2 \frac{v_c}{4M^2 r_0^2} \approx -1 \text{ MeV}$$

となる。このスピン・軌道力の強さは、(43) に比べて非常に小さく符号も逆である。原子核のスピン・軌道力を説明するには、 $U_s$  も必要である。

中心力ポテンシャル  $V_c(r)$  には、エネルギー  $E$  に依存する項  $(E/M)U_0$  と  $U$  の二乗項がある。これらの効果が特に重要になるのは、核子-原子核弾性散乱である。非相対論的現象論的解析から、核子の入射エネルギーが低い場合、光学ポテンシャルの中心力の深さは、入射エネルギーの増加とともに浅くなり、高エネルギー ( $> 500 \text{ MeV}$ ) では斥力になる。また、中間のエネルギー領域 ( $\approx 200 \text{ MeV}$ ) では、ポテンシャルの動径依存性は密度分布とはかけ離れた“ワイン瓶の底”型になることが知られている。このような中心力のエネルギー依存性は、相対論的には、 $(E/M)U_0$  と  $U$  の二乗項により説明でき、ディラック現象論が成功を収めた。この点についての詳しいことは文献5)に譲る。

これまでは  $U_s$  と  $U_0$  を与えられたものとして扱ってきたが、平均場近似では、(9)~(12)を自己無撞着に解かねばならない。また、実験との定量的比較を行うには、クーロン力とアイソ・ベクトルの  $\rho$  中間子を取り入れる必要がある。<sup>17)</sup> さらに、 $\sigma$  中間子の非線形項を導入することも提唱されている。<sup>18)</sup> 相対論的模型は、非相対論において最も成功した密度依存ハートリーフォック計算と同程度に、単一粒子エネルギーや密度分布などの基底状態の性質を再現する。<sup>17, 18)</sup>

## 5 クーロン和則

原子核の動的性質に対する相対論的模型の適用例として、電子散乱を考えてみる。電子が原子核と電気的な相互作用で散乱されるとき、原子核の応答関数  $R(\omega, q)$  は

$$R(\omega, q) = \sum_n |\langle n | \hat{\rho}_e(\omega, q) | 0 \rangle|^2 \delta(\omega - E_n) \quad (49)$$

で与えられる。ここで、 $\omega$  と  $q$  は電子が原子核に与えるエネルギーと運動量移行であり、 $|n\rangle$  は励起エネルギー  $E_n$  の原子核の励起状態である。また、 $\hat{\rho}_e$  は原子核の荷電密度演算子をフーリエ変換したものである。応答関数をエネルギー積分した和則

$$C(q) = \frac{1}{Z} \int d\omega R(\omega, q) \quad (50)$$



をクーロン和という。便宜上、陽子数  $Z$  で規格化してある。

原子核を非相対論的に扱う場合、陽子を点電荷とすると

$$\hat{\rho}_e = \sum_{k=1}^Z e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}_k} \quad (51)$$

である。ただし、和は陽子について行う。核子間相関がなければ、フェルミガスでは

$$C(q) = \frac{2}{Z} \int_0^{k_F} d^3k \int d^3p |\langle \mathbf{p} | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} | \mathbf{k} \rangle|^2 \theta(p - k_F) \quad (52)$$

となる。したがって、 $q > 2k_F$  の場合  $p = |\mathbf{q} + \mathbf{k}| > k_F$  であるから

$$C(q) = \frac{2}{Z} \int_0^{k_F} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} = 1 \quad (53)$$

となる。すなわち、応答関数のエネルギー積分は全電荷数  $Z$  に等しい。

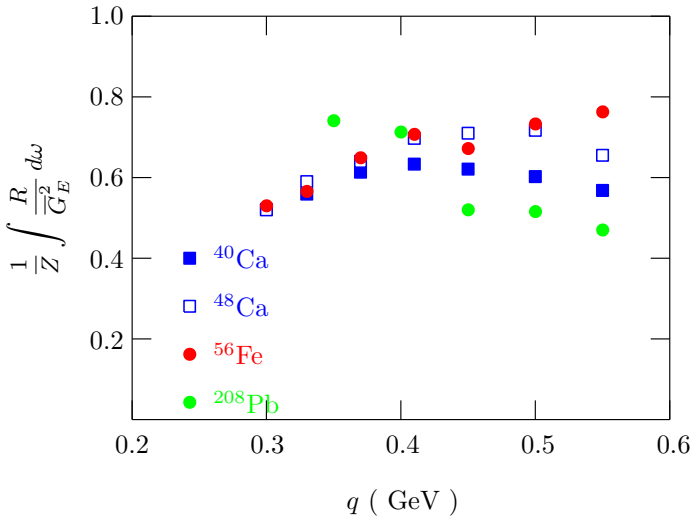


図 3: クーロン和則の実験値.<sup>20)</sup> 陽子の大きさを取り除くため、陽子の形状因子  $\overline{G}_E$  で割った応答関数を積分している。横軸は運動量移行  $q$  である。

中重核におけるクーロン和の実験値<sup>20)</sup> を図 3 に示す。(51) では陽子の電磁気的大きさを無視しているから、実験の応答関数を  $\overline{G}_E^2$  で割って積分している。ここで、 $\overline{G}_E$  は相対論的補正をした自由な陽子の形状因子<sup>21)</sup>

$$\overline{G}_E(Q^2) = G_E(Q^2) \left( \frac{1 - Q^2/4M^2}{1 - Q^2/2M^2} \right)^{1/2}, \quad (54)$$

$$G_E(Q^2) = \frac{1}{(1 - Q^2/\Lambda^2)^2}, \quad \Lambda^2 = 0.71 \text{ GeV}^2, \quad (55)$$

である ( $Q^2 = \omega^2 - q^2$ )。図に示したすべての原子核で、 $q > 2k_F \approx 0.5 \text{ GeV}$  でも、実験値は 1 よりかなり小さい。まるで、原子核の電荷  $Ze$  の 30 ~ 50% がどこかに消えてしまったかのようなのである。このため、“missing charge problems” と呼ばれる。<sup>19)</sup>

この問題の原因として

1.  $q > 2k_F$  でも核子間相関は無視できない。
2. 原子核内では核子の構造が自由な場合と異なるため、陽子の大きさが自由な場合より大きくなる。

などが考えられる。2. について補足すると、形状因子  $G_E$  は陽子の電荷密度をフーリエ変換したものであるから、陽子の平均二乗半径  $\langle r^2 \rangle$  は

$$\langle r^2 \rangle = 6 \left. \frac{\partial G_E(Q^2)}{\partial Q^2} \right|_{Q^2=0} = \frac{12}{\Lambda^2} \quad (56)$$

である。 $\Lambda^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$  を代入すると、 $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.81 \text{ fm}$  となる。原子核内で陽子が大きくなるということは、 $\Lambda$  が小さくなることである。このため、自由な場合より、 $G_E$  は  $-Q^2$  の増加とともに早く減少する。したがって、 $\Lambda$  を自由な場合より小さくすれば、 $G_E^2$  で割っている図 3 の実験値は 1 に近づくことになる。

以下では、 $\sigma$ - $\omega$  模型によるクーロン和の解析について述べる。図 4 に計算結果と実験値との比較を示す。原子核は相対論的フェルミガスとし、原子核の表面効果は無視した。また、異常磁気能率を含む自由な核子の荷電密度演算子を使用している。点線は結合定数 (31) を用いた平均場近似の結果である。相対論的フェルミガスでも、図 3 と同様に、実験値は  $q < 0.55 \text{ GeV}$  で 20% ~ 30%、 $q = 1.14 \text{ GeV}$  では 50% も理論値より小さい。核子間相関を考慮するため、粒子-空孔励起のリングダイアグラムを取り入れた乱雑位相近似 (RPA) を行うと、理論値は破線になる。平均場近似に比べれば、 $q < 0.55 \text{ GeV}$  では実験との一致は良くなる。 $q \approx 2k_F$  でも核子間相関は重要であり、クーロン和を減少させる。

この減少は、主に空間成分の  $\omega$  中間子交換がもたらす。<sup>24)</sup> 空間成分の  $\omega$  中間子交換の強さは、時間成分に比べて  $\omega^2/q^2$  であるため非相対論では無視される。しかし、 $\sigma$  中間子交換による引力相関と時間成分の  $\omega$  中間子交換による斥力相関が、核物質のエネルギー密度における  $\mathcal{E}_\sigma$  と  $\mathcal{E}_\omega$  と同様に、ほとんど打ち消し合うため、空間成分の  $\omega$  中間子交換が重要になる。一方、 $q \approx 1.1 \text{ GeV}$  の高運動量移行になると、粒子-空孔相関の効果は 10% 以下で、これだけでは実験値と理論値の差を説明することはできない。

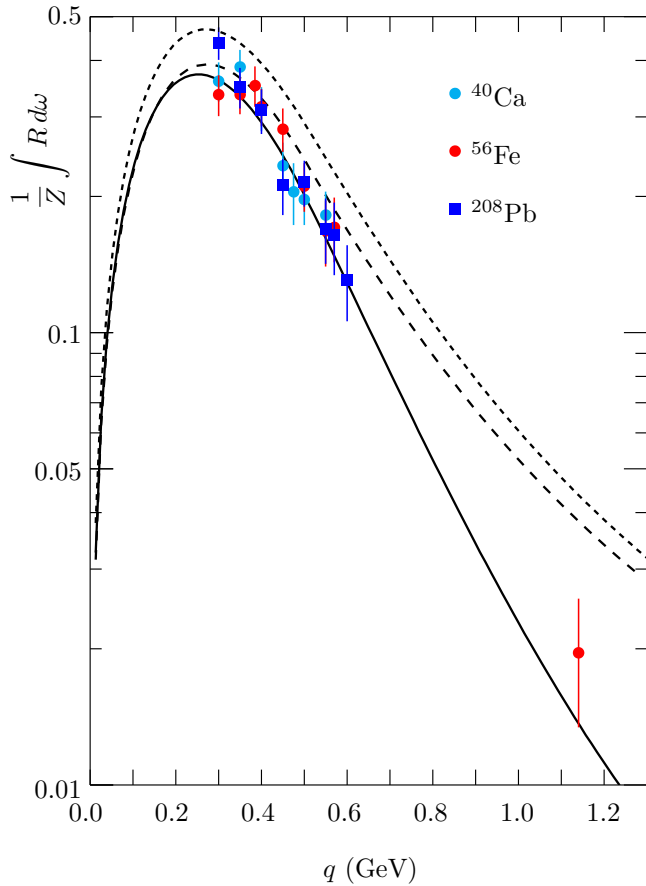


図 4: クーロン和則の実験値<sup>22, 23</sup>と理論値. 点線は平均場近似, 破線は粒子-空孔相関を取り入れた RPA の結果を表す. 結合定数は (31) を使った. 粒子-空孔相関と同時に  $N\bar{N}$  励起による真空偏極の効果も考慮すると実線になる. ただし, 結合定数は (57) である.

これまでの議論では真空偏極, つまり,  $N\bar{N}$  励起の効果は無視してきた. しかし,  $\sigma$ - $\omega$  模型は繰り込み可能であるから, この効果を取り入れることができる.<sup>25, 26</sup> 平均場近似で反核子を考慮する必要があるのは, スカラー密度 (12) とエネルギー密度 (20) である. 反核子の寄与を加えたエネルギー密度が, 前と同じ飽和条件 (29) を満たすように結合定数を求めると

$$\frac{g_\sigma^2}{4\pi} = 5.261, \quad \frac{g_\omega^2}{4\pi} = 6.360, \quad M^*/M = 0.7306 \quad (57)$$

となる.<sup>25</sup> ここで, 有効質量  $M^*$  は飽和密度  $\rho_0$  における値である.

これらの値を使って, 粒子-空孔励起と  $N\bar{N}$  励起の両方を考慮すると, RPA の結果は図 4 の実線になる. 結合定数 (31) と (57) が 2 倍ほど違うにもかかわらず, 破線と実線で示した 2 つの RPA の値は, 低運動量移行 ( $q < 0.2$  GeV) ではほぼ同じになる. 両者の違いが顕著になるのは,  $q > 0.6$  GeV の高運動量移行領域である.  $q = 1$  GeV 近傍では,  $N\bar{N}$  励起の効果はクーロン和を 50% も減少させる. この様に真空偏極は高運動量移行

で重要になり, これを考慮すると,  $q \approx 0.3 \sim 1.1$  GeV の実験値をよく再現する.<sup>27)</sup>

真空偏極によりクーロン和が大きく減少する原因は, 仮想光子が直接陽子と相互作用する以外に, 中間状態として  $\gamma \rightarrow N\bar{N} \rightarrow \omega$  を経由して相互作用するためである. この効果は陽子の形状因子に繰り込むことができ, 原子核内での陽子の大きさは自由な場合とは異なってくる. 核物質中での陽子の平均二乗半径  $\langle r^2 \rangle^*$  は

$$\langle r^2 \rangle^* = \frac{12}{\Lambda^2} + \frac{1}{\pi^2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \log \frac{M}{M^*} \quad (58)$$

で与えられる.<sup>27)</sup> ただし,  $m_\omega$  は  $\omega$  中間子の裸の質量で  $m_\omega = 691.2$  MeV である. (58) の右辺第 1 項は自由な陽子の平均二乗半径 (56) であり, 第 2 項が真空偏極の寄与である. この寄与は  $M^* < M$  ならば正になり, 陽子の大きさは増加する. (57) を代入すると,  $\sqrt{\langle r^2 \rangle^*} = 0.93$  fm となり, 自由な陽子の大きさ 0.81 fm に比べて 15% 大きくなる. この結果, 原子核中での陽子の形状因子は, 運動量移行の増加とともに, 自由な場合より早く小さくなり, 高運動量移行でクーロン和は減少する.

以上のように, 相対論的模型は, クーロン和則における電荷消失の問題を, 空間成分の  $\omega$  中間子交換による粒子-空孔相関と真空偏極という 2 つの相対論的效果で説明する.

## 6 結びに

原子核の相対論的模型は, 少なくとも現象論としては非常な成功を収めた. この模型は, 永年培われてきた非相対論的描像とは全く違う原子核描像をもたらす. 一体どちらが現実的なのか. この問題は, いうまでもなく, 今後明確にしなければならぬ重要課題である. 当面は, 2 つの異なるアプローチが互いに批判しながら共存し, どちらがより現実的なアプローチかが明らかになるのであろう.

一方, これからは, 1 GeV 領域の高励起エネルギーで高運動量移行の原子核物理が盛んになってこよう. このような運動学的にも相対論的記述が必要な現象を扱うとき, 原子核をハドロン相対論的多体系と見なす模型は有効であろう.

## 文献

- 1) A. Bohr and B. R. Mottelson: *Nuclear Structure Vol. 1* ( W. A. Benjamin, 1969 ).



- 2) L. D. Miller and A. E. S. Green: Phys. Rev. **C5** (1972) 241.
- 3) J. D. Walecka: Ann. of Phys. **83** (1974) 491.
- 4) L. G. Arnold, B. C. Clark and R. L. Mercer: Phys. Rev. **C19** (1979) 917.
- 5) 深山 良徳: 日本物理学会誌 **46** (1991) 187.
- 6) J. D. Bjorken and S. D. Drell: *Relativistic Quantum Mechanics* ( McGraw-Hill, 1964 ).
- 7) B. D. Serot and J. D. Walecka: Adv. Nucl. Phys. **16** (1986) 1.
- 8) L. S. Celenza and C. M. Shakin: *Relativistic Nuclear Physics* ( World Scientific, 1986 ).
- 9) J. W. Negele: Comments Nucl. Part. Phys. **14** (1985) 303.
- 10) G. E. Grown, W. Weise, G. Gaym and J. Speth: Comments Nucl. Part. Phys. **17** (1987) 39.
- 11) 鈴木 敏男: 素粒子論研究 **81** (1990) 115.
- 12) R. Macheidt: Adv. Nucl. Phys. **19** (1989) 189.
- 13) S. A. Chin: Ann. of Phys. **108** (1977) 301.
- 14) D. Vautherin and D. M. Brink: Phys. Rev. **C5** (1972) 626.
- 15) K. A. Brueckner, C. A. Levinson and H. M. Mahmoud: Phys. Rev. **95** (1954) 217.
- 16) J. V. Noble: Nucl. Phys. **A329** (1979) 354.
- 17) C. J. Horowitz and B. D. Serot: Nucl. Phys. **A368** (1981) 503.
- 18) Y. K. Gambhir, P. Ring and A. Thimet: Ann. of Phys. **198** (1990) 132
- 19) 倉沢治樹, 鈴木敏男: 日本物理学会誌 **42** (1987) 889.
- 20) A. Zghiche, *et al.*: DAPNIA/SPhN 93 25, to be published in Nucl. Phys. **A**.
- 21) T. De Forest, Jr.: Nucl. Phys. **A414** (1984) 347.
- 22) Z. E. Meziani, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 2130.
- 23) J. P. Chen, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 1283.
- 24) H. Kurasawa and T. Suzuki: Nucl. Phys. **A454** (1986) 527.
- 25) H. Kurasawa and T. Suzuki: Nucl. Phys. **A490** (1988) 571.
- 26) C. J. Horowitz: Phys. Lett. **B208** (1988) 8.  
X. Ji: Phys. Lett. **B219** (1989) 143.  
K. Tanaka, W. Benz and A. Arima: Nucl. Phys. **A518** (1990) 229.
- 27) H. Kurasawa and T. Suzuki: Prog. Theor. Phys. **86** (1991) 773.